

LES DÉCLIVITÉS

Le Tour de France cycliste est le troisième événement sportif de la planète après les Jeux Olympiques et la Coupe du Monde de Football. D'où vient l'attrait pour cette épreuve et la popularité de la petite reine ? Il suffit de grimper une côte à bicyclette pour le comprendre !

Définitions

Qu'est-ce que le *dénivelé* ? C'est la différence d'altitude entre deux points.

Qu'est-ce que la *déclivité* ? C'est le rapport entre le dénivelé d'une route et sa longueur.

Expression de la déclivité

La déclivité est donc un rapport qu'on peut exprimer par un pourcentage, une fraction, ou un nombre décimal généralement compris entre 0 et 0,25 pour les routes asphaltées⁽¹⁾.

Exemple 1 : une déclivité de 10 % (soit 1/10 ou 0,1) signifie que le dénivelé est de 10 mètres pour 100 mètres parcourus.



Symbole européen annonçant une forte déclivité.

Exemple 2 : la route qui mène de Malaucène au sommet du mont Ventoux (France, région PACA, département du Vaucluse) présente une longueur de 21 kilomètres pour un dénivelé de 1 530 mètres ; sa déclivité moyenne est donc de 7,3 % (soit 73/1000 ou 0,073).

Attention ! Il ne faut pas confondre la déclivité d'une route avec l'angle que forme la route par rapport à l'horizontale. Exemples :

- sur une déclivité de 10 %, l'angle que forme la route par rapport à l'horizontale est exactement égal à 5,8 degrés !
- si l'angle que forme la route par rapport à l'horizontale est exactement égal à 10 degrés, ça signifie que la déclivité est exactement égale à 17,4 % !

Le tableau suivant montre la relation entre ces deux grandeurs :

déclivité	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %
angle	1,15 °	2,3 °	3,5 °	4,6 °	5,8 °

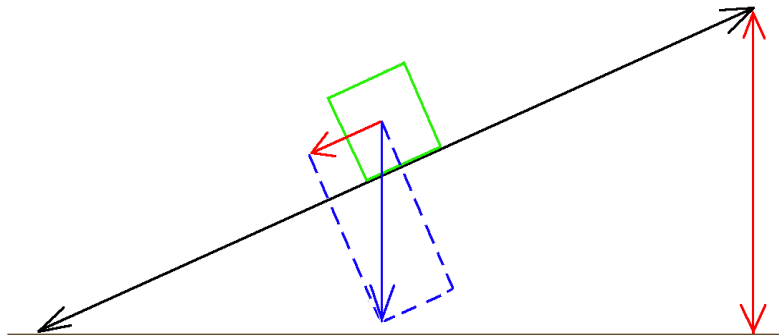
© association adilca reproduction interdite

Du point de vue mathématique, la déclivité est appelée *pente géographique* pour la distinguer de la *pente géométrique*, même si la différence entre ces deux valeurs reste négligeable sur le réseau routier ⁽²⁾.

La composante du poids parallèle à la route

Quelle est l'incidence de la déclivité sur le mouvement des véhicules terrestres ?

Du fait de la déclivité, le poids possède une composante parallèle à la route dont l'intensité est proportionnelle au sinus de l'angle que forme la route par rapport à l'horizontale ⁽³⁾. Cette force participe au mouvement dans la descente et s'oppose au mouvement dans la montée.



© association adilca reproduction interdite

Poids (flèche bleue) et composante du poids (flèche rouge) sur une route en déclivité.

Déclivité et force de traction

La force de traction se définit comme la force qui s'exerce au contact du sol pour créer ou entretenir le mouvement d'un véhicule terrestre.

La déclivité exprimée en pourcentage renseigne immédiatement sur la force de traction dont il faut disposer pour entretenir le mouvement ascendant.

En effet, pour maintenir une vitesse constante, la force de traction doit être strictement égale et opposée à la composante du poids parallèle à la route.

Exemple 1 : un cycliste de masse 100 kilogrammes (bicyclette comprise) devant franchir une déclivité de 10 % devra solliciter une force de traction d'environ 100 N, soit 10 % de son poids ($g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$). Dans le cas de la bicyclette, on néglige la résistance de la transmission⁽⁴⁾, la résistance au roulement et la résistance de l'air.

Exemple 2 : une voiture de masse 1 500 kilogrammes devant franchir une déclivité de 10 % devra disposer d'une force de traction d'environ 1 500 N, soit 10 % de son poids ($g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$), uniquement pour compenser la pente. Mais dans ce cas, pour se faire une idée de la force totale à mettre en œuvre, il faut y ajouter la force nécessaire pour compenser les forces résistantes naturelles (résistance au roulement et résistance de l'air) qui ne sont pas négligeables, même à faible vitesse (voir dossiers ADILCA "*forces fictives et forces réelles*" et "*aérodynamique*").

Déclivité et force de retenue

Un raisonnement identique s'applique lorsqu'il s'agit de stabiliser la vitesse en descente, si on néglige l'action des forces résistantes qui, de toute façon, sont insuffisantes pour freiner les véhicules sur les fortes déclivités.

Exemple : une voiture de masse 1 500 kilogrammes devant aborder une descente à 10 % devra disposer d'une force de retenue (voir dossier ADILCA "*couple moteur*") d'environ 1 500 N, soit 10 % de son poids ($g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$).

Déclivité et force de freinage

Si un freinage est nécessaire, la composante du poids parallèle à la route s'ajoute à la force de freinage en montée, se retranche de la force de freinage en descente.

Exemple : une voiture de masse 1 500 kilogrammes disposant d'une force de freinage de 15 000 N sur une route horizontale (voir dossier ADILCA "*force de freinage*"), dispose, toutes conditions égales par ailleurs, d'une force de freinage de 16 500 N dans une montée à 10 %, et de 13 500 N dans une descente à 10 % ($g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$).

Déclivité et travail

Le travail, au sens physique du terme, se définit comme l'énergie nécessaire au déplacement d'une force.

Autrement dit, le travail accompli par une force de traction ou de retenue agissant sur une déclivité constante ne dépend que de la distance parcourue, si on néglige l'énergie absorbée par les résistances naturelles (résistance au roulement, résistance de l'air).

Exemple 1 : si on considère un cycliste de masse 100 kilogrammes (bicyclette comprise), le franchissement d'une montée de 10 kilomètres à 10 % nécessite un travail d'environ 1 MJ et mobilise donc une énergie musculaire équivalente. Dans ce cas, on néglige l'énergie absorbée par les forces résistantes (mouvement de la transmission, résistance au roulement et résistance de l'air).

Exemple 2 : si on considère une voiture de masse 1 500 kilogrammes, le franchissement d'une montée de 10 kilomètres à 10 % nécessite un travail d'environ 15 MJ et mobilise donc une énergie motrice équivalente. Mais dans ce cas, pour se faire une idée de l'énergie totale à mettre en œuvre, il faut y ajouter l'énergie absorbée par les résistances naturelles (résistance au roulement et résistance de l'air).

Déclivité et puissance

La puissance se définit comme le travail fourni par unité de temps.

Autrement dit, au sens physique du terme, la puissance ne dépend que de la vitesse avec laquelle le travail est effectué.

Exemple 1 : si on considère un cycliste de masse 100 kilogrammes (bicyclette comprise), le franchissement d'une montée à 10 % à la vitesse constante de 10 km.h⁻¹ mobilise une puissance d'environ 280 W, valeur en apparence modeste mais pourtant bien au-delà des capacités physiques d'un individu normal.

En effet, même si certains cyclistes très doués et bien entraînés sont capables de délivrer momentanément une puissance d'environ 400 W, on considère qu'un effort d'endurance réalisé par un individu normal ne peut mobiliser une puissance supérieure à 100 W...

Exemple 2 : si on considère une voiture de masse 1 500 kilogrammes, le franchissement d'une montée à 10 % à la vitesse constante de 72 km.h⁻¹ (20 m.s⁻¹) mobilise une puissance d'environ 30 kW (soit 41 chevaux).

En réalité, dans cet exemple, une puissance moteur bien supérieure est nécessaire, à cause de la résistance au roulement et de la résistance de l'air, cette dernière ayant la particularité d'être proportionnelle au carré de la vitesse ⁽⁵⁾.

L'énergie gravitationnelle

L'énergie gravitationnelle se définit comme l'énergie accumulée par une masse tombant en chute libre, ou comme l'énergie nécessaire pour lever verticalement une

masse à l'aide d'un treuil, ces deux quantités étant rigoureusement égales si on néglige la résistance de l'air.

Cette grandeur est très commode pour résumer les problèmes de déclivités. En effet, quelques rapides calculs permettent de vérifier que, quel que soit le chemin emprunté, le travail d'une force de traction ou de retenue et l'énergie gravitationnelle sont deux grandeurs toujours équivalentes, à condition de négliger les résistances naturelles qui peuvent affecter le mouvement des véhicules terrestres (résistance au roulement, résistance de l'air).

On en déduit que le travail (au sens physique du terme), et donc l'énergie et la puissance ne dépendent que du dénivelé, autrement dit de la différence d'altitude.

Altitude et conditions météo

Les conditions météorologiques (pression atmosphérique, température) varient avec l'altitude. Ceci est dû au fait que la masse volumique de l'air (autrement dit : sa densité) diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne du sol. Et lorsque la densité de l'air diminue, la température baisse.

Si on considère les caractéristiques d'une colonne d'air verticale, on constate qu'à 1000 mètres d'altitude, la densité de l'air est 12 % inférieure à celle du niveau de la mer. À 2000 mètres d'altitude, cette densité est 21 % inférieure, et à 3000 mètres d'altitude, elle est 29 % inférieure à celle du niveau de la mer.

La température varie en conséquence : si la température de cette colonne d'air est de 20°C au niveau de la mer, elle n'est plus que de 15°C à 1000 mètres d'altitude, de 10°C à 2000 mètres et de 5°C à 3000 mètres, etc.

Pour les cyclistes qui évoluent en montagne, ces facteurs sont à prendre en considération. L'effet le plus sensible est l'impression de manquer d'air, car les poumons se remplissent plus difficilement. De plus, à volume égal, la masse d'air absorbée à chaque inspiration se réduit. Le rendement musculaire diminue alors en conséquence, d'autant plus que l'organisme doit également compenser la baisse de la température ambiante liée à la variation d'altitude...

C'est pourquoi, sauf acclimatation destinée à augmenter le nombre des précieux globules rouges responsables de l'oxygénation, les efforts physiques réalisés en montagne sont toujours très exigeants, et il faut se garder de comparer les performances sportives réalisées en altitude avec celles accomplies au niveau de la mer.

Naturellement, ces réalités physiques ont les mêmes conséquences sur le fonctionnement des moteurs d'automobiles, ceux-ci ayant besoin d'air pour brûler le carburant (voir dossier ADILCA "*combustion des carburants*").

(1) *L'Alto de l'Angliru, situé dans la province espagnole des Asturies, est considéré comme l'un des cols les plus pentus au monde avec des passages à 23 %.*

(2) *C'est le contexte qui permet de les distinguer : la pente géographique (ou déclivité) s'inscrit dans un espace à trois dimensions et ne peut se calculer qu'à partir du dénivelé et de la longueur de la route considérée (c'est le sinus de l'angle que forme la route par rapport à l'horizontale, autrement dit le rapport entre le côté opposé à cet angle et l'hypoténuse). La pente géométrique (ou pente d'une droite) s'inscrit dans un espace à deux dimensions et ne peut se calculer qu'à partir des coordonnées en abscisse et en ordonnée de deux points (c'est la tangente de l'angle que forme une droite par rapport à l'horizontale, autrement dit le rapport entre le côté opposé à cet angle et son côté adjacent).*

(3) *Le poids varie en fonction de la latitude, en raison de la forme particulière du globe terrestre, aplatie aux pôles et renflée à l'équateur (l'accélération gravitationnelle est fonction inverse du carré de la distance qui sépare du centre de la Terre). En revanche, sur une aire géographique donnée, la variation du poids est négligeable jusqu'à 5 000 m d'altitude (point culminant des routes européennes : col de l'Iseran, en France, à 2 770 m d'altitude).*

(4) *Le mouvement de la transmission d'une bicyclette comprend la rotation des pédales, celle du pédalier, le mouvement de la chaîne et la rotation des maillons, ainsi que la rotation des roulettes du dérailleur. Comme il n'y a pas de mouvement gratuit, l'énergie absorbée par cet ensemble n'est pas nulle.*

(5) *Une voiture de masse 1 500 kilogrammes se déplaçant à 20 m.s^{-1} sur une pente à 10 % doit solliciter une force de traction d'environ 1 500 N, uniquement pour équilibrer la composante du poids parallèle à la route. Si on y ajoute la résistance au roulement (environ 120 N) et la résistance de l'air (environ 180 N), la puissance effective que le moteur doit délivrer pour maintenir une vitesse constante dans ces conditions est de 36 kW, soit environ 50 ch. Une bonne précaution consistant à ne solliciter au plus que 50 % des possibilités d'un moteur, ça signifie que, pour réaliser une telle performance sans risque mécanique, le moteur en question doit délivrer une puissance maximale d'environ 150 ch (voir dossiers ADILCA "couple moteur" et "puissance moteur").*

ASSOCIATION ADILCA

www.adilca.com

* * *

QUELQUES RELATIONS ENTRE GRANDEURS...

Poids :

$$P = M \cdot g$$

P : poids, exprimé en **N**
M : masse, exprimée en **kg**
g : accélération gravitationnelle, exprimée en **m.s⁻²**
(accélération gravitationnelle terrestre : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$)
cohérence des unités : $P = \text{kg} \cdot \text{m.s}^{-2} = \text{N}$

Exemple : calculons le poids d'une voiture de 1 500 kg :

$$P = 1\,500 \times 9,8 = 14\,700 \text{ N}$$

Déclivité d'une route :

$$\alpha = H / L$$

α : déclivité, grandeur sans dimension ;
H : dénivelé, exprimé en **m**
L : longueur de la route, exprimée en **m**
cohérence des unités : $\alpha = \text{m}^1 \cdot \text{m}^{-1} = \text{grandeur sans dimension}$.

Exemple : calculons la déclivité d'une route longue de 10 kilomètres pour un dénivelé de 1 000 mètres :

$$\alpha = 1\,000 / 10\,000 = 0,1 = 1/10 = 10 \%$$

Composante du poids parallèle à la route :

$$F = M \cdot g \cdot \alpha$$

F : composante du poids parallèle à la route, exprimée en **N**
M : masse, exprimée en **kg**
g : accélération gravitationnelle terrestre, exprimée en **m.s⁻²**
 α : déclivité, grandeur sans dimension ;
cohérence des unités : $F = \text{kg} \cdot \text{m.s}^{-2} = \text{N}$

Exemple : calculons la composante du poids parallèle à la route d'une voiture de masse 1 500 kg circulant sur une déclivité de 0,1 ($g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$) :

$$F = 1\,500 \times 9,8 \times 0,1 = 1\,470 \text{ N}$$

Travail d'une force de traction :

$$E = F \cdot D$$

E : travail, exprimé en **J**

F : composante du poids parallèle à la route, exprimée en **N**

D : distance parcourue, exprimée en **m**

cohérence des unités : $E = N \cdot m = \text{kg} \cdot \text{m}^+1 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^+1 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{J}$

Exemple : calculons le travail d'une force de traction de 1 470 N qui s'est déplacée de 10 kilomètres (10 000 m) :

$$E = 1\,470 \times 10\,000 = 14\,700\,000 \text{ J}$$

Énergie gravitationnelle :

$$E = M \cdot g \cdot H$$

E : énergie absorbée (montée) ou accumulée (descente), exprimée en **J**

M : masse, exprimée en **kg**

g : accélération gravitationnelle, exprimée en **m.s⁻²**

H : dénivelé, exprimé en **m**

cohérence des unités : $E = \text{kg} \cdot \text{m}^+1 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^+1 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{J}$

Exemple 1 : calculons l'énergie nécessaire pour lever verticalement une voiture de masse 1 500 kg à une hauteur de 1 000 mètres ($g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$), si on néglige la résistance de l'air :

$$E = 1\,500 \times 9,8 \times 1\,000 = 14\,700\,000 \text{ J}$$

Exemple 2 : calculons l'énergie accumulée par une masse de 1 500 kg tombant en chute libre d'une hauteur de 1 000 mètres ($g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$), si on néglige la résistance de l'air :

$$E = 1\,500 \times 9,8 \times 1\,000 = 14\,700\,000 \text{ J}$$

Puissance absorbée par une ascension :

$$B = F \cdot V$$

B : puissance absorbée par une ascension, exprimée en **W**

F : composante du poids parallèle à la route, exprimée en **N**

V : vitesse, exprimée en **m.s⁻¹**

cohérence des unités : $B = \text{kg} \cdot \text{m}^+1 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^+1 \cdot \text{s}^{-1} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} = \text{W}$

Exemple : calculons la puissance absorbée par une ascension effectuée à la vitesse de 20 m.s^{-1} (72 km.h^{-1}), la composante du poids parallèle à la route étant égale à $1\,470 \text{ N}$ (on néglige la résistance au roulement et la résistance de l'air) :

$$B = 1\,470 \times 20 = 29\,400 \text{ W}$$

Autre relation :

$$B = M \cdot g \cdot H / T$$

B : puissance absorbée par une ascension, exprimée en **W**

M : masse, exprimée en **kg**

g : accélération gravitationnelle terrestre, exprimée en **m.s^{-2}**

H : dénivelé, exprimé en **m**

T : temps, exprimé en **s**

cohérence des unités : **B** = $\text{kg} \cdot \text{m}^+ \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^+ \cdot \text{s}^{-1} = \text{kg.m}^2.\text{s}^{-3} = \text{W}$

Exemple : calculons la puissance absorbée par l'ascension verticale d'une masse de $1\,500 \text{ kg}$ à $1\,000 \text{ m}$ de hauteur en 8 minutes et 20 secondes (500 secondes), si on néglige la résistance de l'air :

$$B = 1\,500 \times 9,8 \times 1000 / 500 = 29\,400 \text{ W}$$

Masse volumique de l'air :

$$M = M_0 \cdot (A / A_0) \cdot (T_0 / T)$$

M : masse volumique de l'air, exprimée en **kg.m^{-3}**

M₀ : masse volumique de l'air au niveau de la mer à 273 K ($M_0 = 1,293 \text{ kg.m}^{-3}$)

A : pression atmosphérique au lieu considéré, exprimée en **hPa**

A₀ : pression atmosphérique au niveau de la mer à 273 K ($A_0 = 1\,013 \text{ hPa}$)

T₀ : température de la glace fondante ($T_0 = 273 \text{ K}$)

T : température de l'air au lieu considéré, exprimée en **K**

cohérence des unités :

$$M = \text{kg.m}^{-3} \cdot \text{hPa} \cdot \text{hPa}^{-1} \cdot \text{K} \cdot \text{K}^{-1} = \text{kg.m}^{-3}$$

Exemple : calculons la masse volumique de l'air lorsque la pression atmosphérique est égale à 900 hectopascals sous une température de 15 degrés Celsius (288 K) :

$$M = 1,293 \times (900 / 1\,013) \times (273 / 288) = 1,09 \text{ kg.m}^{-3}$$

ASSOCIATION ADILCA www.adilca.com * * *